

# Matemática aplicada a circuitos eléctricos básicos

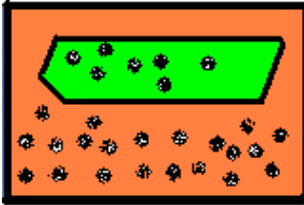
Gilberto Vargas Mathey<sup>1</sup>

**Resumen:** con el presente minicurso, analizaremos circuitos eléctricos básicos (resistivos) poniendo en evidencia el uso de matemática elemental y la necesidad de un estudio interdisciplinario como motivación.

## 0. Conceptos elementales

### 0.1 Introducción conceptos básicos

Los griegos observaron que cuando el ambar se frota con una tela atraía pedazos de papel seco. Los materiales que tienen esta propiedad de atracción al frotarse se dicen estar cargados con una fuerza eléctrica.



Se puede verificar que diferentes materiales frotados con tela atraen corcho o papel entre otros al acercarse a ellos. Esto se debe a la carga eléctrica previamente establecida en el material por frotamiento. (Carga estática). Podemos experimentar con un peine plástico o lapicero y pedazos de papel o corcho.

Posteriormente se encontró que algunos materiales si bien eran atraídos por una pieza cargada, otros en cambio eran repelidos. Fue entonces cuando Benjamín Franklin llamó a estas dos clases de cargas (o electricidad) carga positiva y carga negativa. El resultado experimental establece que cargas del mismo tipo se repelen y cargas de tipos opuestos se atraen con una fuerza que depende de las cargas y de la distancia de separación al cuadrado entre ellas conocida como la ley de Coulomb que en resumen se puede escribir como:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \text{ para } K = 9 \cdot 10^9 \cdot N \cdot m^2 / C^2 \text{ la constante de Coulomb.}$$

Este fenómeno obedece en realidad al exceso o deficiencia de partículas llamadas electrones en los materiales teniendo así que los efectos de la electricidad se dan debido a la existencia de una partícula llamada electrón.

El conjunto de las leyes que gobiernan al electrón se llama teoría electrónica y se basa en dos supuestos básicos:

---

<sup>1</sup> Correo electrónico: givargas@itcr.ac.cr

1. El electrón realmente existe y se supone para el uso en electrónica química, física atómica, diseño de elementos eléctricos y electrónicos, control y producción (de electricidad) entre otros.
2. Todos los efectos eléctricos y electrónicos obedecen al desplazamiento o movimiento de los electrones de un lugar a otro o porque existe un exceso o defecto de electrones en un punto dado en un momento dado.

Se tienen fuerzas que hacen que utilmente los electrones se muevan o se acumulen.

Para el primer supuesto básico de la electrónica, tenemos que tener en cuenta que la materia está compuesta por átomos de diferentes tamaños, grado estructural y peso los cuales están formados por cargas eléctricas positivas llamados protones, partículas eléctricamente neutras llamadas neutrones ubicadas ambas dentro del núcleo del átomo y por cargas eléctricas negativas en igual número que los protones, que llamamos electrones y que giran alrededor del núcleo en diferentes orbitas.

Los átomos se encuentran unidos entre sí por fuerzas poderosas de atracción entre el núcleo y los electrones, las cuales dependen de la distancia de separación de los electrones al núcleo. Los electrones ubicados en la orbita más alejada, son atraídos más débilmente y se le llaman electrones libres.

El movimiento dirigido de estos electrones libres es lo que produce una corriente eléctrica.

Un electrón que se ha ido de su orbita produce:

- Un déficit de electrones en el átomo que abandona por lo cual se carga positivamente (ión positivo) y teniendo así una carga positiva definida como una zona con escasez de electrones o zona de menor potencial de electrones.
- Un exceso de electrones (ión negativo) en la zona a la que se traslada produciendo un material, zona o carga negativa o zona de mayor potencial de electrones.

Es así que al acercar dos materiales de cargas opuestas el exceso de electrones en la carga negativa pasará al material que tiene un déficit de electrones (carga positiva) y a este traslado de electrones desde una carga negativa a una positiva se le llama descarga y representa por definición un flujo de corriente.

Lo que sucede en realidad al poner en contacto cargas iguales u opuestas es que se da un campo de fuerzas que rodea las cargas y a consecuencia de este campo eléctrico se da la atracción o repulsión. Este campo de fuerzas eléctrico  $E$  se representa por medio de líneas imaginarias llamadas líneas electrostáticas y la fuerza entre cargas se mide por medio de la ley de Coulomb mencionada anteriormente.

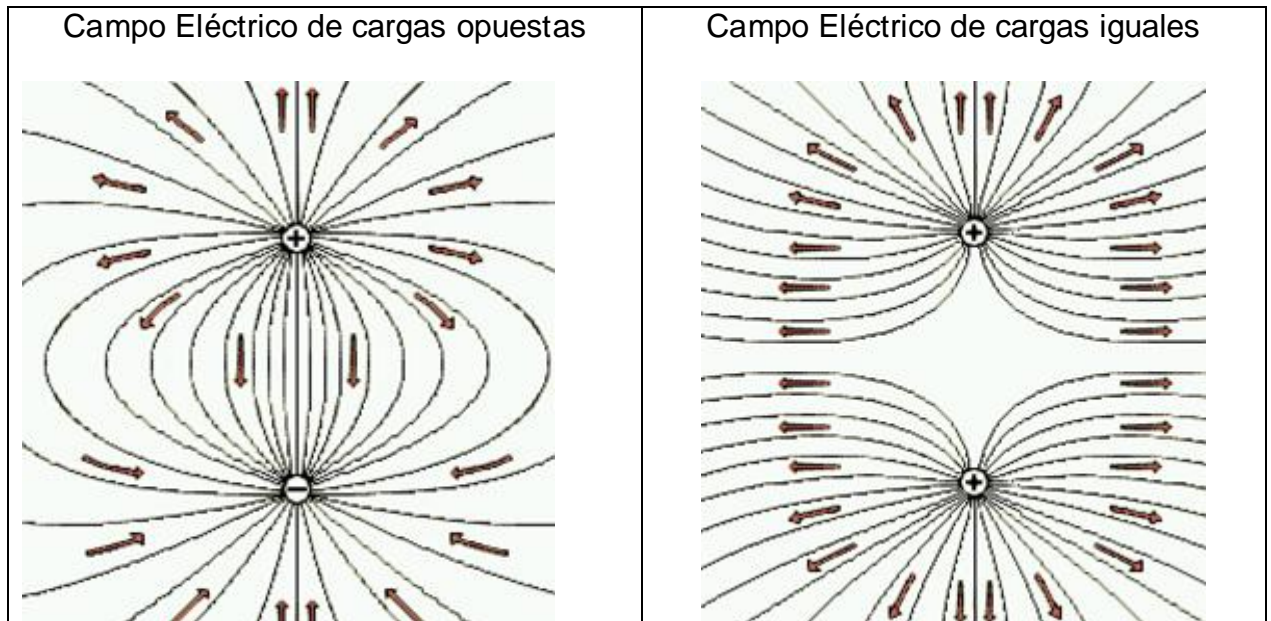


Figura tomada del documento <http://html.rincondelvago.com/carga-electrica-y-electricidad.html>

La transferencia de carga se puede dar por contacto o por inducción y la descarga eléctrica se puede dar a través de un cable, a través de contacto o bien a través de un arco que es un salto de electrones desde la carga negativa a la positiva a consecuencia de tener un material fuertemente cargado.

## 0.2 Materiales de transmisión de electrones

Un conductor es aquel material que tiene suficientes electrones libres para permitir el paso libre de corriente y se tienen del tipo transmisor de energía (conductores) o limitadores de corriente que se les llama comúnmente como resistencia, estableciendo una fuerza o resistencia que se opone al flujo de electrones.

En los conductores, los electrones exteriores o libres están tan débilmente unidos al núcleo que pueden ser expulsados con facilidad requiriendo poca cantidad de energía para la expulsión. Dentro de los conductores transmisores de energía tenemos los cables de cobre, de aluminio, cadmio, plata y oro, los cuales tienen muy buena conductividad o poca resistencia a la transmisión de corriente.

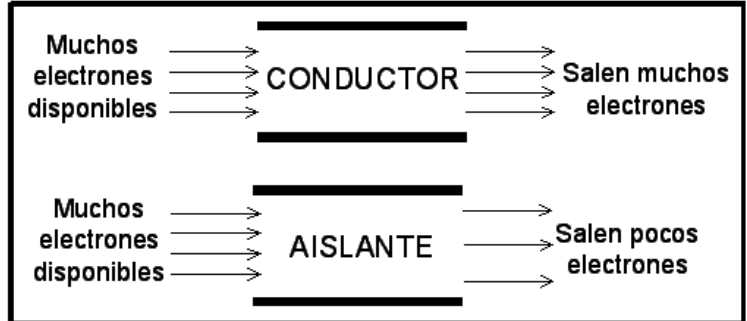
Dentro de los conductores limitadores de corriente o resistencias tenemos resistencias de cocinas, tostadores, hornos, bombillos los cuales transforman la energía eléctrica en otro tipo de energía como la calórica.

Un aislador es un material que tiene pocos electrones libres y que requiere mucha energía para extraer electrones fuera de la órbita del átomo, aparte de que solo son liberados unos cuantos. El aislante o dieléctrico es un material que tiene poca

conductividad eléctrica y en general separan a dos materiales conductores. Por ejemplo, el forraje de un conductor es un aislante que depende de los esfuerzos eléctricos térmicos y mecánicos involucrados.

Dentro de los aislantes o dieléctricos tenemos el vidrio la mica el hule el plástico la cerámica y el aire seco.

Los conductores y aislantes permiten mantener electrones fluyendo a zonas que se desean y evitar electrones en zonas no deseadas. Las condiciones de aislador se pierden al aplicar una tensión grande y a esta tensión de ruptura se le llama rigidez dieléctrica



En aislantes orgánicos se puede dar la carbonización

Los semiconductores son aquellos materiales que funcionan como un conductor en un sentido y como un aislante en sentido opuesto. Están contruidos de germanio, silicio, selenio y oxido de cobre entre otros.

### 0.3 Corriente eléctrica

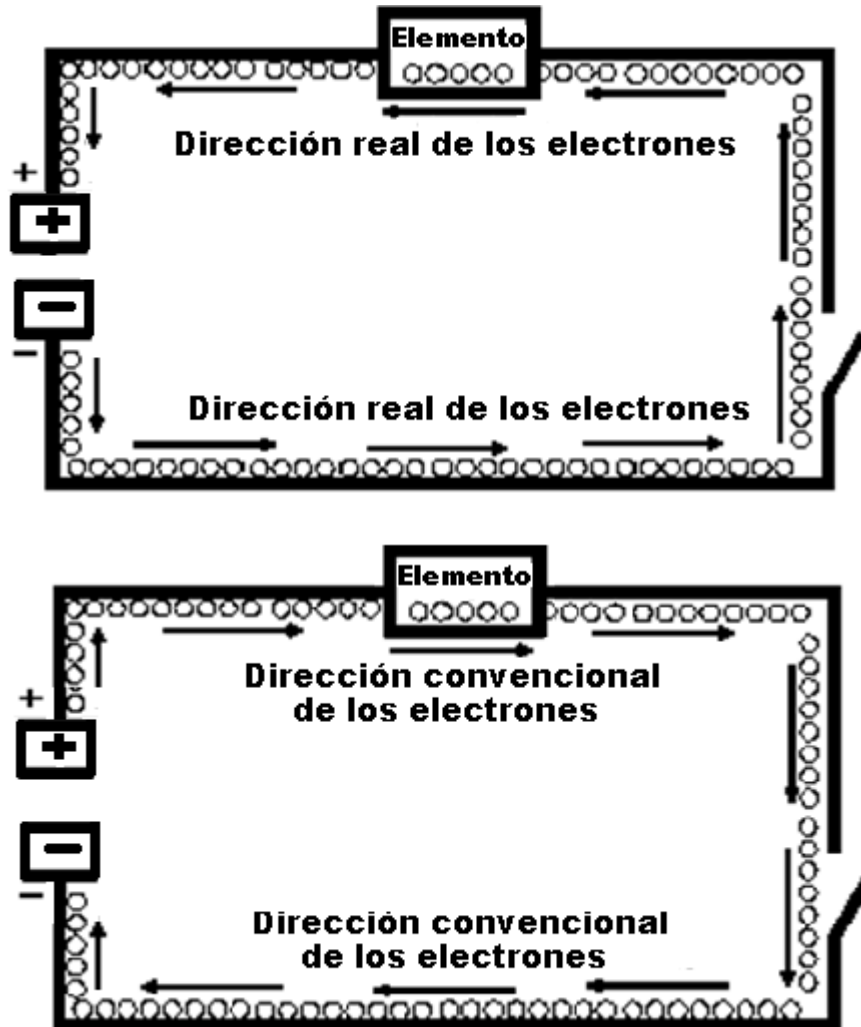
Se entiende por corriente electrica o intensidad de corriente, a un flujo de electrones a través de un camino cerrado que llamaremos circuito. Esta corriente se mide en amperios A y es el resultado del cambio de movimiento de cargas electricas  $q$  medida

en Colombios en el tiempo  $t$  esto es  $\frac{\Delta q}{\Delta t}$  (1 A = 1 C/s). Un coulumb C de carga, se define como la carga total asociada con  $6.242 \times 10^{18}$  electrones por lo que un amperio A se define como:  $1A = 6.242 \times 10^{18}$  electrones/s =  $6.242 \times 10^{18}$  e/s

Este cambio puede ser de cargas positivas, cargas negativas o una combinación de ellas que se mueven o alternan en direcciones opuestas.

Este flujo de electrones se puede dar en un conductor metálico, en un gas o en soluciones salinas con el flujo de iones positivos y negativos, o en semiconductores con la teoría de las bandas y el flujo de huecos entre otros.

Si dos cuerpos de cargas iguales y opuestas se conectan por medio de un conductor metálico como un cable entonces se lleva a cabo un flujo de electrones a través del cable desde el cuerpo cargado negativamente al cuerpo cargado positivamente teniendo una neutralización de cargas. Este flujo es el flujo real de los electrones, sin embargo para el análisis de circuitos se utiliza una dirección convencional opuesta a la real en donde se asume que el flujo de electrones se da desde la terminal positiva a la negativa.



En los sistemas en donde el flujo se da del punto de menor potencial al punto de mayor potencial se llama sistema continuo y a este sistema se le llama circuito eléctrico siendo la corriente que circula por el mismo corriente continua (c.c.) esto es, por fluir en el mismo sentido. La corriente continua C.C. puede ser constante o variable en el tiempo pero no varía su signo.

El flujo de corriente continua está determinado por la diferencia de potencial en el circuito entre sus extremos, la intensidad de corriente y por la resistencia del circuito las cuales se relacionan entre sí por la ley de Ohm.

Cuando la corriente fluye en uno y otro sentido variando constantemente de signo cada cierto periodo el sistema se llama de corriente alterna (c.a.).

Cuando se hace oscilar un conductor en un campo magnético, el flujo de corriente en el conductor cambia de sentido tantas veces como lo hace el movimiento físico del conductor. Varios sistemas de generación de electricidad se basan en este principio, y producen una forma de corriente oscilante llamada corriente alterna. Con ella, se

tiene un movimiento oscilatorio alrededor de la posición de equilibrio por parte del flujo de electrones a causa de aplicar una tensión de excitación alterna.

El uso principal de la corriente alterna es el cambio de voltaje que se puede realizar mediante un dispositivo electromagnético llamado transformador.

El efecto térmico de la electricidad se nota cuando se calienta un cable al fluir corriente por el mismo. El producto de este calor se da en vista de que los electrones que fluyen chocan con los átomos del elemento y ceden energía. Este efecto calórico se da para muchos elementos tales como los cables, las resistencias, los capacitores, los inductores y los transistores entre otros. El control de la temperatura es muy importante tanto es así que se colocan ventiladores, disipadores en elementos electrónicos tales como las fuentes de poder, los microprocesadores, en algunas memorias mediante recubrimiento, con el fin de aumentar la vida útil de los elementos.

Otro efecto importante en el flujo de una corriente por un cable es el efecto magnético el cual se manifiesta al acercar un imán o brújula al cable en donde se desvía apuntando en dirección perpendicular al mismo. Este efecto nos sirve para inducir corrientes y voltajes y así controlar corrientes y voltajes.

Los efectos químicos de la electricidad son importantes para el control de la corrosión de materiales entre otros.

En ausencia de fuerzas externas aplicadas, el flujo neto de carga en un conductor hacia cualquier dirección es cero. Es decir necesitamos de un generador de electricidad que puede ser de corriente continua c.c. o de corriente alterna c.a.

#### 0.4 Fuente electromotriz y fuente de corriente.

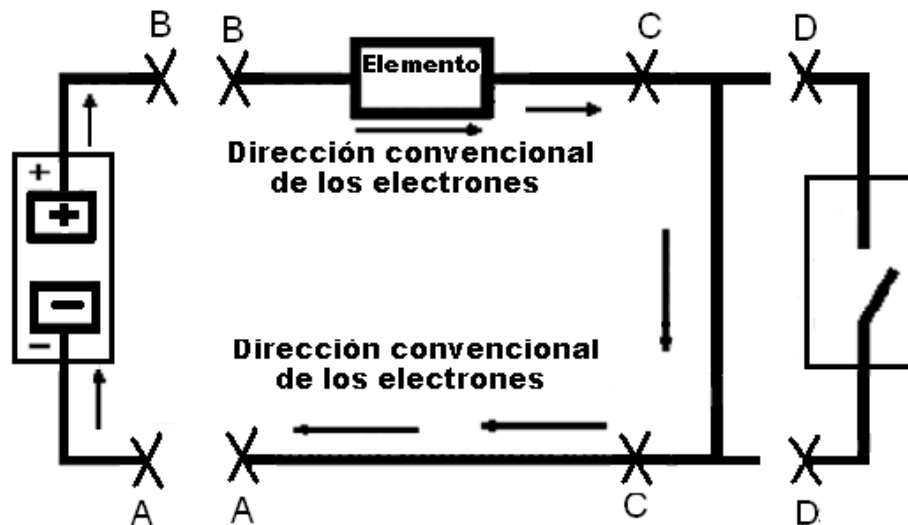
La fuerza que produce el flujo de corriente en un circuito la llamamos fuerza electromotriz (f.e.m.) fuente de tensión o tensión de excitación. Esta fuerza es la que produce una diferencia de potencial entre dos puntos y a consecuencia de esta diferencia se produce la transferencia de electrones, flujo de electrones o corriente.

Para mantener este flujo de electrones en un circuito, se debe mantener esta fuerza electromotriz y para ello se necesita trabajo o energía y al gasto de energía se llama trabajo.

El trabajo de la fuente electromotriz o gasto de energía de la misma en el circuito se da al mantener una diferencia de potencial entre los extremos que se conectan a la fuente de manera que se pueda asegurar el desplazamiento de electrones entre ellos.

El flujo de electrones o corriente en un circuito eléctrico efectúa todo el trabajo necesario para hacer que funcione el equipo eléctrico (alimentación en una licuadora, de una memoria). Por supuesto que para que finalmente funcione el sistema se debe incitar el mismo por medio del sistema de control (ON, OFF).

En el circuito elemental se muestra una fuente electromotriz (f.e.m.) con dos terminales A y B a los cuales se conecta un elemento de dos terminales A y B. Este elemento se dice está conectado en paralelo a la fuente pues tiene la misma caída de voltaje entre los puntos A y B. Se muestra el interruptor de terminales D el cual se encuentra desconectado del circuito. Si abrimos el circuito en el punto C equivalente al nodo A y colocamos el interruptor entre los terminales C-C entonces tenemos un circuito en donde el interruptor o elemento de control queda en serie con el elemento del circuito.



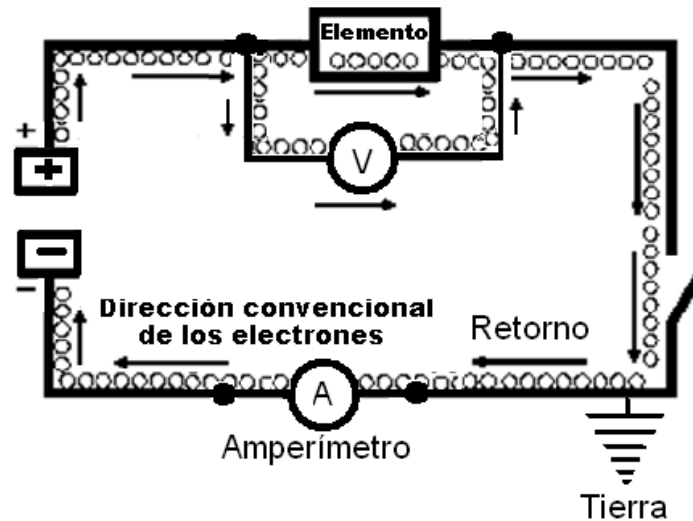
Se presenta una diferencia de potencial de 1 voltio entre los terminales o nodos A y B cuando se intercambia un Julio de energía potencial al mover 1 coulumb de carga entre los puntos. De esta manera el voltaje es la división del trabajo(o energía potencial) entre la carga ( $1V = 1 J/1C$ ) ya que  $V = \frac{W}{q}$ .

Es necesario controlar la corriente y el voltaje ya que el equipo eléctrico está diseñado para funcionar con ciertos parámetros en cuanto a flujo de corriente o voltaje. Cuando se exceden estos valores límites se pueden dañar los equipos. Es por esto que se tienen reguladores de corriente y de voltaje.

El voltaje adecuado hace fluir la corriente necesaria que hace funcionar adecuadamente al equipo eléctrico la cual depende de la carga conectada. Por ejemplo una simple bombilla que se alimenta con 120 V funcionará adecuadamente, mientras que la misma bombilla conectada a 220 V sobrecalentará el filamento del bombillo por el exceso de corriente y se fundirá. Por otra parte, si se baja el voltaje a 50 V la bombilla ilumina pero no lo suficiente.

Para medir la corriente en un punto del circuito, por ejemplo en el punto C del circuito anterior, se utiliza el amperímetro y se coloca en serie con el elemento del circuito junto con el voltímetro y la fuente. Para medir el voltaje se utiliza un voltímetro y se

coloca en paralelo con el elemento al que se le quiere medir el voltaje tal como se muestra en la figura.



Dentro de las fuentes electromotrices que aplican un voltaje tenemos la batería (fuente de energía química), los generadores electromecánicos entre ellos los generadores de corriente alterna, las celdas solares, y las celdas de combustible entre otros.

La batería por ejemplo coloca gracias a la energía química una carga neta positiva en una terminal y una carga neta negativa en la otra terminal.

La fuente de tensión mantiene sobre sus bornes una tensión  $V$  dada en forma independiente a la carga que se conecte a ella. De manera que la corriente que entrega solo depende de la carga a la que esté conectada. La corriente depende del elemento que se coloque a la fuente de voltaje mediante la ley de OHM.

Por otra parte, el generador de corriente ideal es aquel que entrega una corriente  $I$  independiente de lo que se conecte a sus bornes. De esta forma tenemos que el voltaje depende de la resistencia conectada a la fuente de corriente mediante la ley de OHM.

### 0.5 Elementos de un circuito básico, resistencia y ley de OHM

Algunos elementos de un circuito son el aislante eléctrico, los conductores transmisores, conductores limitadores, inductores, capacitores, transistores, diodos aparte de la fuente de voltaje entre otros.

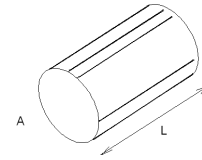
Uno de los elementos en un circuito básico son las resistencias cuyo valor se mide en Ohmios ( $\Omega$ ). Su temperatura se mide por la ecuación  $R_H = R_L(1 + \alpha(T_H - T_L))$  donde  $\alpha$  es el coeficiente de temperatura de la resistencia,  $T_H$  la temperatura alta



(High),  $T_L$  la temperatura baja (Low), y  $R_H$  y  $R_L$  las resistencias a temperatura alta y baja con lo cual existen resistencias que se calientan más que otras.

La resistividad denotada por  $\rho$  es la resistencia específica de un material y se relaciona con el valor de resistencia R el área transversal A y la longitud del material L por medio de la fórmula:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{L} \text{ y se mide en } \Omega \cdot m \text{ de manera que } R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$



Se puede comentar el resultado de la resistencia de un conductor de acuerdo a su longitud y de acuerdo a su área transversal.

Finalmente, se define la conductividad G como el recíproco de la resistencia

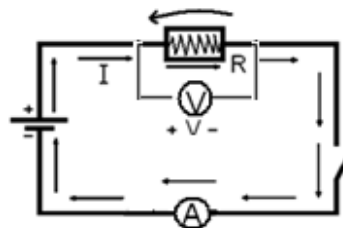
$G = \frac{1}{R}$  que es una medida de la facilidad con que un material conduce la corriente

eléctrica y se mide en Siemens (S) en donde:  $1 S = \frac{1}{\Omega}$

Para materiales Óhmicos se satisface la ley de OHM que se basa en el concepto, Efecto = Causa / Oposición. La corriente I es la reacción al voltaje aplicado V en medio de la resistencia R que se presenta en el circuito. La corriente es el efecto a causa de la diferencia de potencial o presión y la oposición es la resistencia.

Es así que se encontró que  $V = I \cdot R$  para un material Óhmico y la polaridad de la caída de voltaje se define por la fuente aplicada en cuyo caso sus terminales se unen a las terminales de la resistencia. Esto se puede observar en el circuito básico dado en el siguiente diagrama, en donde se satisface que el voltaje V medido en el voltímetro es la medida de la corriente I en el amperímetro multiplicada por la resistencia R del elemento resistivo.

Circuito básico.



Un fusible es un resistor que emplea material especial con valor de resistencia bajo y bajo punto de fusión diseñado especialmente para que se funda o se queme en caso de corriente alta y así, abra el circuito cuando la corriente excede un valor especificado de corriente en el fusible siendo un mecanismo de protección.

## 1. Elementos para la construcción de circuitos

### 1.1 Fuentes de Voltaje

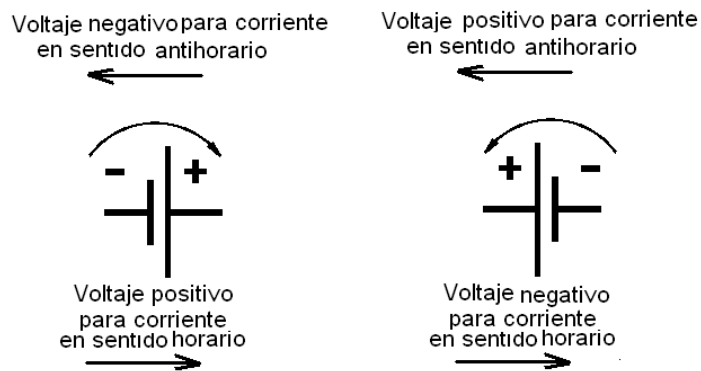
Cuando se colocan fuentes de voltaje en serie una seguida de otra se tendrá que el voltaje neto o total es la suma de los voltajes de cada una de las fuentes de voltaje.

Para nuestro caso serán fuentes de voltaje de corriente directa y  $V_{total} = \sum V_j$ .

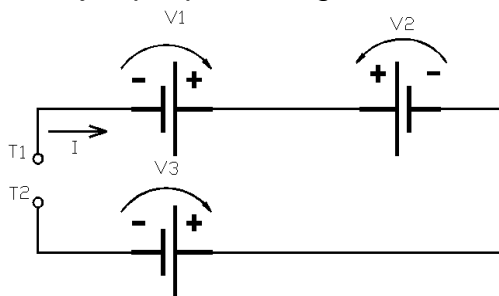
En el caso de conexión paralela de fuentes de voltaje estas tienen que ser del mismo voltaje.

Las fuentes se pueden colocar en sentido directo o en sentido inverso teniendo la suma de números enteros.

Ante varias fuentes colocadas en serie la corriente puede recorrer la trayectoria del circuito en sentido horario o antihorario. Cuando la corriente va en la misma dirección que el voltaje este voltaje se toma como positivo y cuando la corriente y el voltaje van en sentido opuesto se toma el voltaje en la fuente como negativo. (Este voltaje negativo al final indica que la corriente va en sentido opuesto. El sentido del voltaje de la fuente será siempre del polo negativo al positivo tal como se observa en la siguiente figura:



Por ejemplo para el siguiente circuito:



el voltaje entre los terminales T1 y T2 se da por:

$$V_{total} = +V1 + V2 + V3 \text{ para}$$

V1 voltaje positivo, V2 y V3 voltajes negativos.

V1 se descarga V2 se carga y V3 se carga

## 1.2 Potencia

La potencia de un elemento se mide como el trabajo desarrollado por unidad de tiempo y se mide en Watts en donde un Watt es un Julio de trabajo por segundo. Esta potencia P se puede definir entonces como la transferencia de energía medida en Watts o Vatios.

Esto es, la indicación de cuanto trabajo (W) puede realizarse por unidad de tiempo (t), o la cantidad de energía en Joules en el tiempo medido en segundos.

La potencia de la fuente de voltaje será baja cuando mueve pocos electrones por segundo y la fuente de voltaje será de mayor potencia si mueve más electrones por segundo.

Ya mencionamos que se presenta una diferencia de potencial de 1 voltio entre los terminales o nodos A y B cuando se intercambia un Julio de energía potencial al mover 1 coulomb de carga entre los puntos. De esta manera el voltaje es la división del trabajo(o energía potencial) entre la carga ( $1V = 1 J/1C$ ) ya que  $V = \frac{W}{Q}$ . Ahora, como potencia es trabajo por unidad de tiempo entonces

$$1 \text{ Watt (1 vatio)} = 1J/s = [1V * 1C] /s = 1V * 1C/s = 1V * 1A$$

De manera que  $P = \frac{W}{t}$  (1 Watts = 1 J/s) y como  $W = Q \cdot V$  entonces:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Q \cdot V}{t} = V \cdot \frac{Q}{t} = V \cdot I = (I \cdot R) \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}$$

La potencia puede ser entregada o absorbida según sea la polaridad del voltaje y la dirección de la corriente.

Por ejemplo para una fuente de voltaje de corriente directa en donde la dirección convencional de la corriente es en dirección del terminal negativo al positivo la fuente suministra potencia. Esta situación se presentará en la mayoría de nuestros casos.

Sin embargo, cuando en un circuito se tiene una fuente de voltaje y la dirección del flujo de corriente es del terminal positivo al negativo en el circuito y en consecuencia los voltajes y corrientes son en sentidos opuestos entonces la fuente absorbe energía.

En el caso de las resistencias, la corriente entra en la terminal positiva de la resistencia y sale por la terminal negativa en cuyo caso el voltaje de la resistencia es en dirección opuesta de la dirección de la corriente y se tiene potencia consumida en la resistencia.

El principio de energía dentro de un sistema S es:

$$\text{Entrada de energía} = \text{Salida de energía} + (\text{energía perdida o almacenada en el sistema})$$

Lo anterior implica que  $\frac{W_{en}}{t} = \frac{W_{sal}}{t} + \frac{W_{perdida \text{ o almacenada por el sistema}}}{t}$  es decir:

$$\frac{Pot_{en}}{t} = \frac{Pot_{sal}}{t} + \frac{Pot_{perdida \text{ o almacenada por el sistema}}}{t}$$

La eficiencia del sistema se define como la potencia de salida entre la potencia de entrada o en términos de energía, energía de salida entre energía de entrada.

$$\eta = \frac{Pot_{out}}{Pot_{in}} = \frac{W_{out}}{W_{in}}$$

## 2. Tipos de circuitos y elementos de análisis.

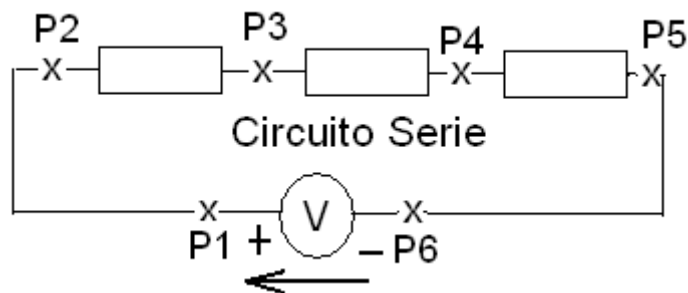
### 2.1 Elementos activos y pasivos de un circuito

Los elementos pasivos, son aquellos, que al circular una corriente, producen una diferencia de potencial entre sus terminales y disipan potencia en forma de calor, consumiendo energía. Ejemplo de ellos son las resistencias.

Por elementos activos entendemos los dispositivos capaces de generar una tensión o corriente (o un campo eléctrico) y suministrar potencia a una carga dada entregando así potencia. Estos elementos serán activos cuando la tensión y la corriente tienen igual signo y se comportarán como pasivos (una fuente cargándose) cuando la tensión y la corriente tienen signos opuestos.

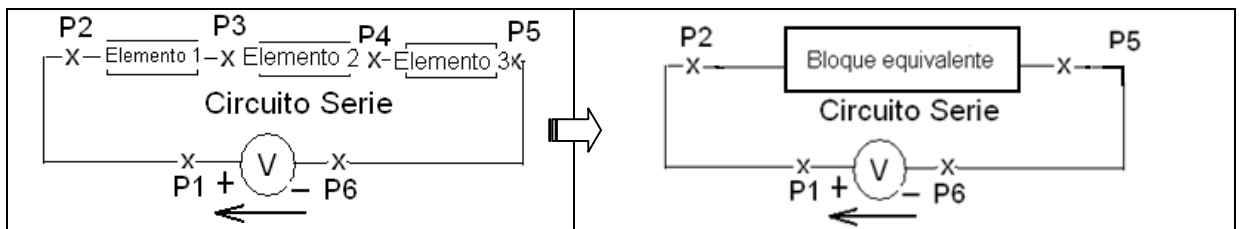
### 2.2 Circuito Serie

Un circuito serie es aquel en donde se tiene uno o más elementos conectados extremo a extremo entre ellos y finalmente conectados a una fuente de voltaje para tener un flujo de corriente que recorre la única trayectoria que le da el circuito serie.



Notese que P1 y P2 son puntos que conforman un mismo nodo al cual se conectan la terminal positiva de la fuente de voltaje y una terminal de la resistencia. El punto P3 nos da otro nodo de este circuito serie al igual que el punto P4, como también el nodo dado por los puntos P5 y P6.

En el circuito serie todos los elementos conectados en serie, se pueden resumir en un solo elemento o bloque equivalente.



La corriente que fluye por todo el circuito en cualquier punto es la misma y el voltaje neto  $V$  suministrado por la fuente se distribuye entre los elementos de manera que  $V$  neto es igual a la suma de los voltajes de un punto  $P_j$  a un punto  $P_{(j+1)}$  haciendo variar  $J$  hasta recorrer la trayectoria del circuito.

Es decir, en cualquier malla cerrada con elementos activos y pasivos, la suma neta de las fuerzas electromotrices o tensiones de excitación coincide con las caídas de voltaje de cada uno de los elementos conectados

$$\sum \text{tensiones de excitación} = \sum \text{caídas de voltaje de los elementos conectados}$$

Segunda ley de Kirchhoff o ley de las mallas que se denota con LVK cuando queremos indicar que la vamos aplicar a una malla.

Por ejemplo en el circuito anterior los puntos  $P_1$  y  $P_2$  son el mismo nodo por lo que el voltaje entre el punto  $P_1$  y  $P_2$  es cero. Los puntos  $P_2$  a  $P_3$  tienen una caída de voltaje a consecuencia del elemento 1, además de que la caída de voltaje entre los puntos  $P_3$  y  $P_4$  a consecuencia del elemento 2. Finalmente tenemos otra caída de tensión entre los puntos  $P_4$  a  $P_5$  por el elemento 3 colocado entre estos puntos. La caída de tensión entre los puntos  $P_5$  y  $P_6$  da cero por tratarse del mismo punto o nodo y asumir que no hay caídas de tensión en los cables.

De esta forma,  $I$  que es la corriente del circuito es la misma en todo punto del circuito y aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff para este circuito se tiene:

$$\text{LVK: } V = V_{P_2,P_3} + V_{P_3,P_4} + V_{P_4,P_5} \text{ o } V_{\text{neto}} = V_1 + V_2 + V_3$$

Los elementos del circuito serie anterior conectados entre los puntos  $P_2$  y  $P_5$  se pueden reducir a un solo elemento que en el caso de resistencias, llegamos a obtener una sola resistencia llamada resistencia equivalente de manera que el circuito original es equivalente a un circuito con una sola resistencia que es la equivalente.

En este caso, la resistencia equivalente es la suma de todas las resistencias conectadas en serie y obtenemos:  $V_{\text{neto}} = V_1 + V_2 + V_3 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$ , por lo que  $V_{\text{neto}} = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = I \cdot R_{\text{equiv}}$  y así,  $I = \frac{V_{\text{neto}}}{R_{\text{equiv}}}$  además la división de voltaje o distribución de voltaje se da por:

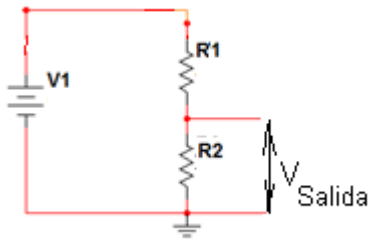
$$V_j = I \cdot R_j = \frac{V_{\text{neto}}}{R_{\text{equiv}}} \cdot R_j = \frac{R_j}{R_{\text{equiv}}} \cdot V_{\text{neto}}$$

La potencia total consumida en un circuito serie es la suma de las potencias empleadas en todos los elementos individuales. De esta manera:

$$P_{Neto} = \sum P_j = \sum V_j \cdot I$$

$$= \sum (I \cdot R_j) \cdot I = \sum (I^2 \cdot R_j) = I^2 \cdot \sum R_j = I^2 \cdot R_{equiv}$$

Es así que finalmente, un circuito serie nos permite tomar un voltaje reducido de un voltaje neto teniendo un circuito reductor de voltaje muy fácil tal como se observa en la siguiente figura.



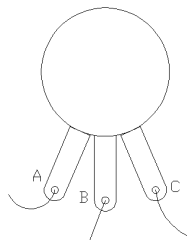
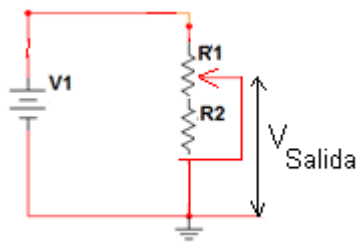
$$V_{Salida} = \frac{R_2}{R_{equiv}} \cdot V_1$$

$$\frac{V_j}{V_{neto}} = \frac{R_j}{R_{neto}} = \frac{P_j}{P_{neto}}$$

El voltaje de salida es un porcentaje del voltaje de entrada.

Otra forma de controlar el voltaje de salida es mediante un resistor variable, potenciómetro o resistor de tres terminales

En este caso A, B y C son diferentes puntos.



El brazo deslizador se desliza a lo largo del material conductor con lo cual se obtiene un voltaje de salida variable al tener una resistencia variable en donde:

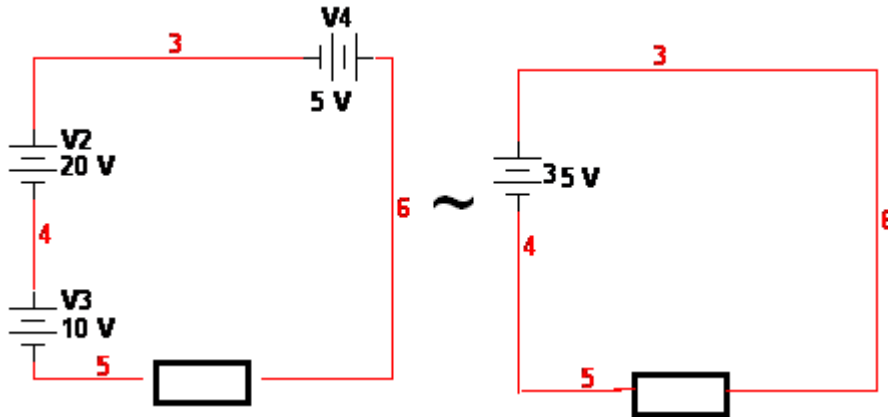
$$V_{Salida} = \frac{R_x}{R_{equiv}} \cdot V_1$$

El voltaje de salida se mide en BC. A se conecta a la parte positiva de la batería, B se conecta a la parte negativa y C se conecta en el deslizador.

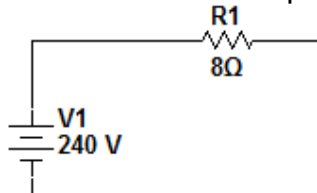
Este voltaje variable se da desde cero hasta  $V_1$ . A esta resistencia variable se le llama potenciómetro o resistor de tres terminales.

### Problemas circuitos series:

1. Buscar la corriente que da el circuito. Concepto voltaje entregado - corriente.



2. Para la fuente de 240 voltios que se conecta en serie con la resistencia de 8 Ohmios determine la potencia calórica disipada en la resistencia



Se tiene que la potencia es:

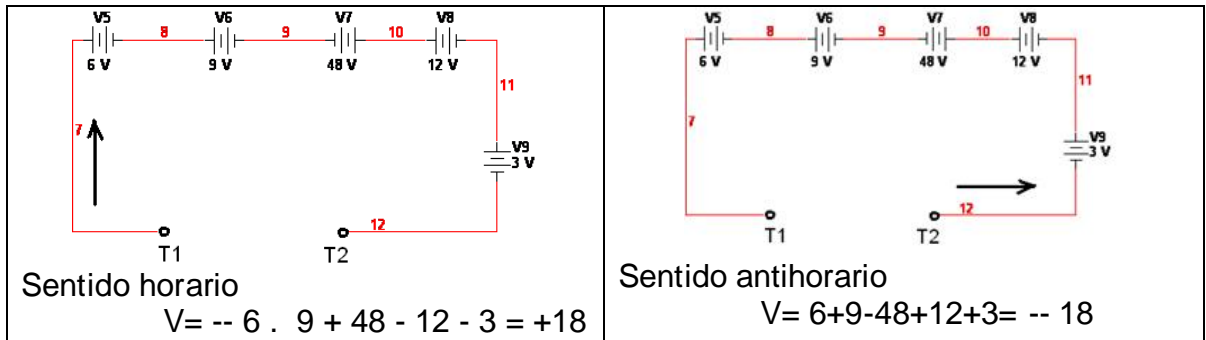
$$P_R = V_R \cdot I_R = (I_R)^2 \cdot R = \frac{(V_R)^2}{R}$$

3. El circuito de campo de un motor se compone de cuatro bobinas conectadas en serie a un excitador de 240 Vcc. Cada bobina tiene una resistencia de 26 Ohmios. Encuentre:

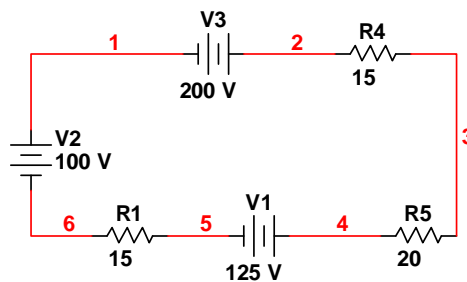
- La resistencia del circuito de campo
- Las pérdidas totales por calentamiento
- La energía calórica total consumida en 8 horas.

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Con R equivalente encontramos la corriente I, y así encontramos la potencia total o neta donde:</p> $P_{neta} = 4 \cdot (I_R)^2 \cdot R = 4 \cdot 138.5 = 554 \text{ Watts} = 553.92 \text{ Watts}$ $W = P \cdot t = 554 \text{ W} \cdot 8 \text{ h} = 4432 \text{ Wh} = 4.432 \text{ kWh}$ |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

4. Encuentre el voltaje neto si se supone un sentido horario para la corriente y encuentre el voltaje para un sentido antihorario para la corriente.

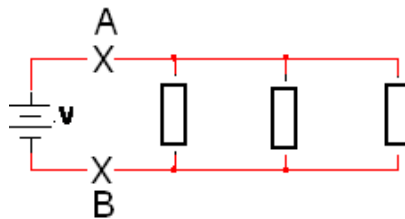


5. Determine mediante la ley de voltajes de Kirchoff la corriente en el circuito y la caída de voltaje a través de cada resistencia.

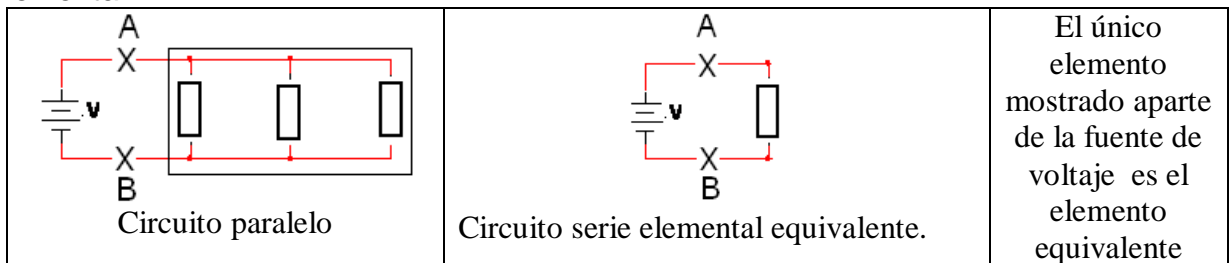


### 2.3 Circuito Paralelo

Un circuito paralelo es aquel en donde los elementos activos y pasivos se disponen de manera que todos los terminales positivos en el caso de fuentes o nodos en el caso de elementos pasivos se conectan entre si por medio de un cable. Para establecer el circuito paralelo se une la terminal negativa de la fuente electromotriz con los otros nodos de los elementos pasivos del circuito. Esto es:

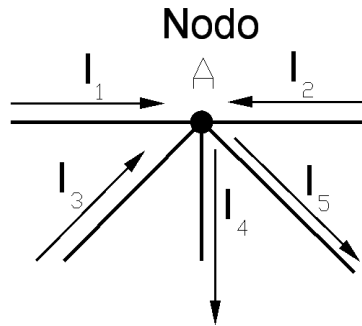


Al igual que el circuito serie, el circuito paralelo se puede reducir a un circuito serie elemental.



La ley de corrientes de Kirchoff establece que la suma de las corrientes que entran al nodo A es igual a la suma de las corrientes que salen del nodo A.





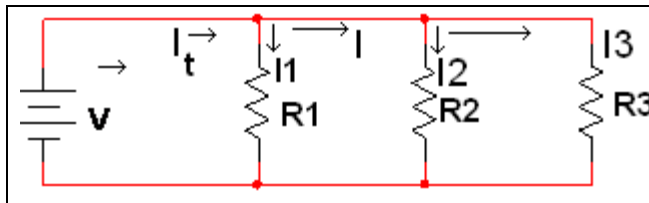
LCK A: es la notación para indicar que utilizaremos esta ley en el nodo A.

De manera que

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \text{ o bien}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Deducción de la resistencia equivalente para un circuito paralelo



En cada rama del circuito se tiene que el voltaje es el mismo V y así,  $V = I_j \cdot R_j$

de donde  $I_j = \frac{V}{R_j}$  pero,

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3 \text{ e } I = I_2 + I_3 \text{ por lo que}$$

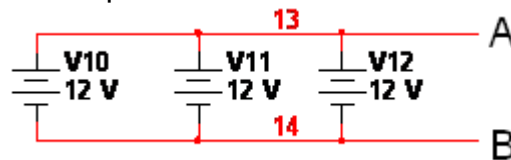
$$I_t = I_1 + I_2 + I_3 \text{ y así: } I_t = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \text{ y: } I_t = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V = \frac{1}{R_{Equiv}} \cdot V$$

siendo así que:  $\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{1}{R_{Equiv}}$

El valor de la resistencia equivalente para dos resistencias en paralelo es la mitad de las resistencias componentes y se tiene además que  $R_{Equiv} < \min(R_j) : j = 1, \dots, n$

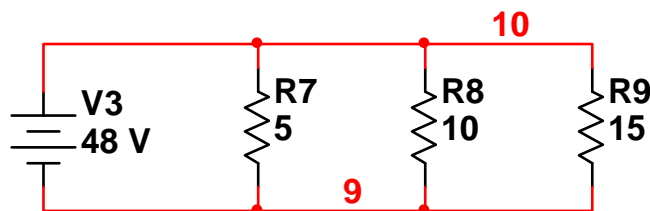
Problemas circuitos Paralelos:

6. Explique que dificultades se pueden tener al conectar fuentes en paralelo.



7. Para el circuito establecido en la figura, determinar:

- a. La resistencia equivalente, la corriente del circuito,
- b. la potencia de la fuente.
- c. la potencia de cada una de las resistencias



2.4 Circuitos serie - paralelo. Divisor de corriente y divisor de voltaje

Para cualquier circuito en general, un circuito abierto se da cuando se produce un corte en el circuito ya sea por una conexión suelta, un resistor o filamento dañado, un alambre roto o un contacto suelto. Cuando sucede este fenómeno (se abre el circuito) y entonces la resistencia que no es infinita marca infinita, y la corriente es cero.

Por otra parte, un corto circuito ocurre siempre que la resistencia de un circuito o parte del mismo cae de su valor normal a un valor muy pequeño (casi cero) de manera que en el corto, la resistencia ~~es~~ nula y la corriente infinita. Por ejemplo un corto en la fuente significa un corto en las terminales de la fuente a consecuencia de que hacen contacto entre sí. Las protecciones juegan un papel muy importante.

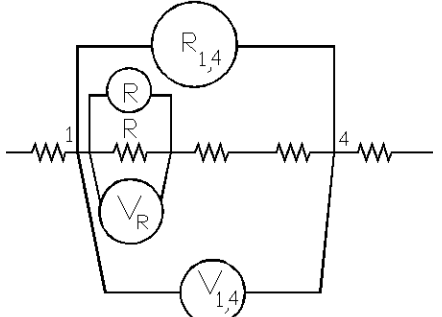
La conductancia de una resistencia se define como  $G = \frac{1}{R}$  y se mide en siemens (S) en donde  $1\text{ S} = \frac{1}{\Omega} = \Omega^{-1}$ .

A manera de resumen tenemos entonces que al conectar n resistencias:

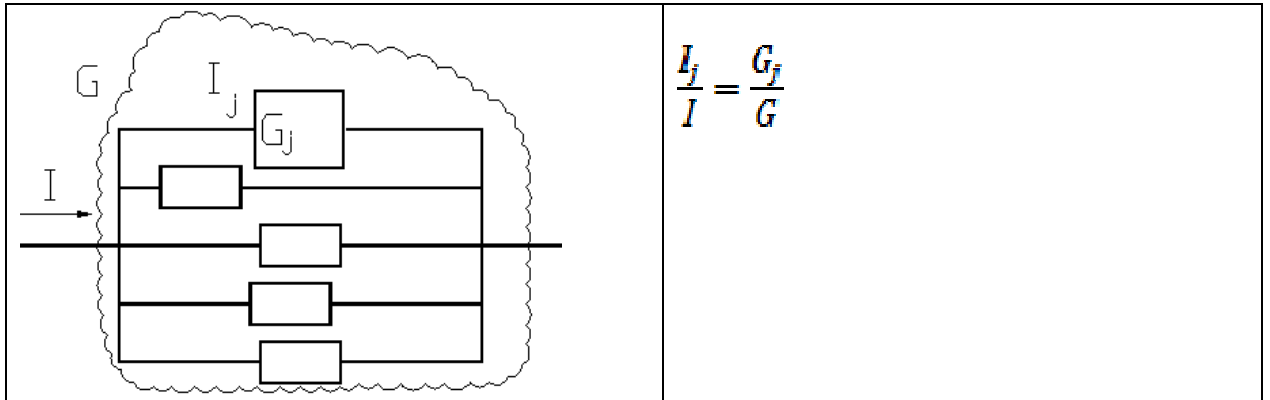
- en serie se tiene que  $R_{Equiv} = R_1 + \dots + R_n$  y  $V = I \cdot R_{Equiv}$
- en paralelo se tiene que  $G_{Equiv} = G_1 + \dots + G_n$  y  $V = \frac{I}{G_{Equiv}}$  o

$$I = V \cdot G_{Equiv}$$

Divisor de voltaje. Para un circuito serie se tiene que podemos encontrar el voltaje  $V_j$  de un elemento específico j de la siguiente manera:

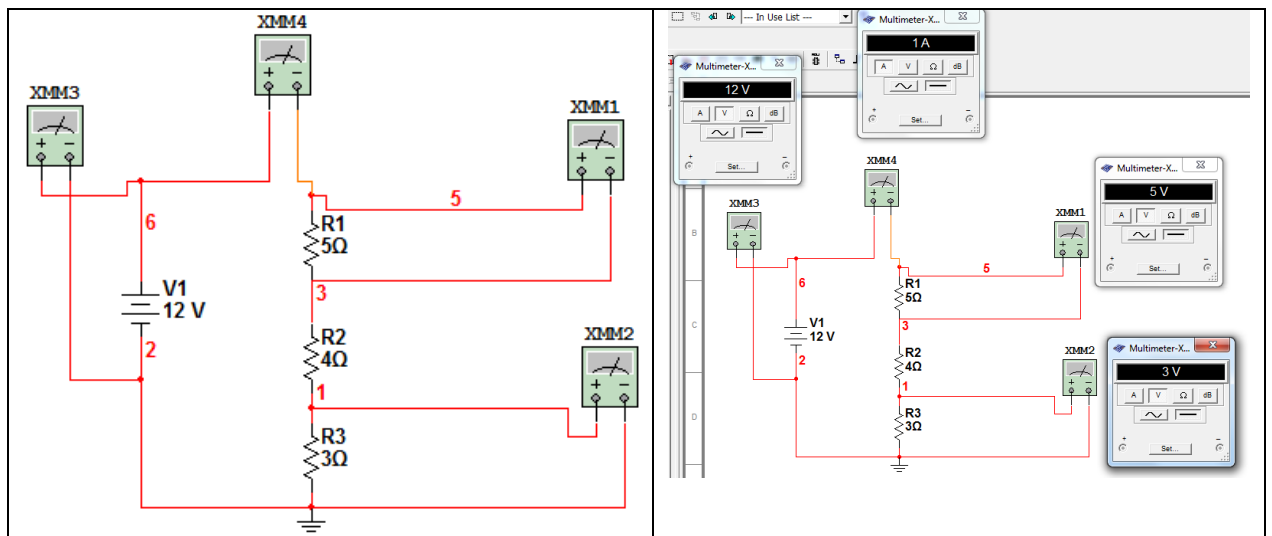
|                                                                                     |                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $\frac{V_R}{V_{1,4}} = \frac{R}{R_{1,4}}$ <p>La resistencia y el voltaje relativo es menor que la resistencia y el voltaje neto</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Divisor de corriente. Para un circuito paralelo se tiene que podemos encontrar la corriente  $I_j$  de un elemento específico j de la siguiente manera:

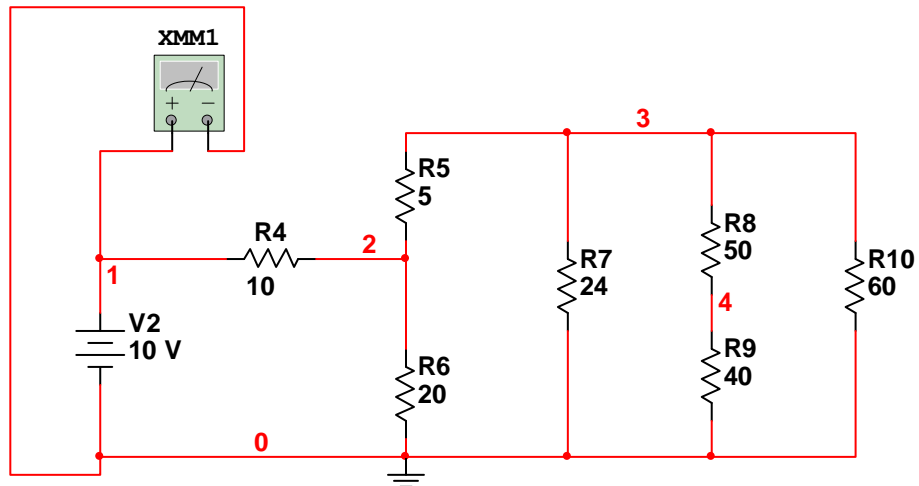


Problemas circuitos Serie - Paralelo:

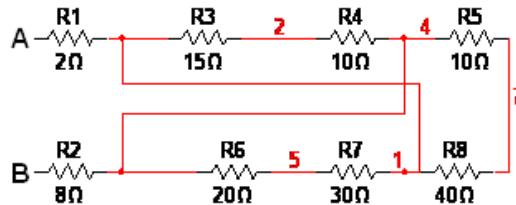
8. Para el siguiente circuito verifique las divisiones de voltaje



9. Buscar la potencia en cada uno de los elementos mostrados en el circuito



10. Determine la resistencia equivalente entre los puntos A y B



## Bibliografía.

1. <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/labdemfi/electrostatica/html/contenido.html>
2. <http://html.rincondelvago.com/carga-electrica-y-electricidad.html>
3. [http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo\\_electrico/fuerza/fuerza.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo_electrico/fuerza/fuerza.htm)
4. Introducción al análisis de circuitos. 10/e Boylestad